LISTE DES POINTS CLÉS DU COURS

Cours d'algèbre linéaire L1 de B. Calmès, Université d'Artois
(version du 4 janvier 2018)

Espaces vectoriels

Les références renvoient au résumé 1.

— Définition d'un espace vectoriel (déf. 1.1).
— Exemples classiques : $\mathbb{K}^n$, polynomes, fonctions
— Définition d'un sous-espace vectoriel (déf. 1.6).
— Stabilité des sous-espaces vectoriels par intersection (prop. 1.9 et 1.10).

— Définition du sous-espace vectoriel Vec(...) engendré par des vecteurs (déf. 2.6) et d'une famille génératrice (déf. 2.11)
— Définition d'une famille libre (déf. 2.13)
— Exemples à peu d'éléments (ex. 2.15 à 2.18)
— Définition d'une base (déf. 2.21)
— Exemples classiques : la base canonique de $\mathbb{K}^n$, la base canonique des polynomes
— Une famille libre maximale est génératrice (et cas symétrique) (prop. 2.25 et lemme 2.27)

— Dimension d'un espace vectoriel de type fini, et pourquoi cette dimension est bien définie (déf. 3.3)
— Théorème de la base incomplète (théo. 3.9)
— Algorithme de la preuve du théorème de la base incomplète, i.e. comment construire des bases.

— Définition de la somme de deux sous-espaces vectoriels (déf. 4.2)
— Définition de quand cette somme est directe (déf. 4.4)
— Unicité des décompositions dans une somme directe (cor. 4.6)
— Définition de la notion de supplémentaires (déf. 4.7)
— Formule de Grassmann sur les dimensions (théo. 4.10)

Applications linéaires

Les références renvoient au résumé 2.

— Définition d'une application linéaire (déf. 1.1)
— Caractérisation d'une application linéaire par l'image d'une base (théo. 1.5)

— Noyau et image d'une application linéaire (déf. 1.8)
— Caractérisation de l'injectivité et de la surjectivité en termes de noyau et d'image (théo. 1.10)

— Définition du rang (déf. 2.1)
— Théorème du rang (théo. 2.3)

— matrice associée à une application linéaire et application linéaire associée à une matrice (déf. 3.3, rem. 3.4 et prop. 3.5)
— opérations sur les matrices et correspondance avec les applications linéaires (déf. 3.6 à 3.8, théo. 3.9 et prop. 3.10)

— noyau, image et rang d'une matrice (déf. 3.12)
— transposée d'une matrice et ses propriétés (déf. 3.14, prop. 3.15) et égalité du rang avec le rang de la transposée (théo. 3.17)
— matrice symétrique et matrice antisymétrique (déf. 3.16)

— application linéaire et matrice inversible (déf. 4.1 et 4.4)
— lien entre les deux (prop. 4.8)
— inverse d'un produit de matrices (lem. 4.9)

— exprimer un système linéaire sous forme matricielle
— lien entre l'existence de solutions et l'image et entre l'espace de solutions et le noyau (prop. 5.1)

— opération sur les lignes des matrices et multiplication à gauche par des matrices élémentaires (théo. 6.4)
— matrices échelonnées
— algorithme pour échelonner une matrice (pivot de Gauss, 6.14)
— tester si une matrice est inversible et si oui, donner son inverse (algo. 6.20)
— algorithme pour obtenir l'image d'une matrice (algo. 6.17)
— algorithme pour obtenir une base du noyau d'une matrice (algo. 6.18)
— algorithme pour décrire un sous-espace vectoriel par des équations quand il est décrit comme engendré par des vecteurs (algo. 6.21)

Changements de bases

Les références renvoient au résumé 3.

— vecteur colonne associé à un vecteur dans un espace vectoriel avec base choisie (défi. 1.1)
— matrice associée à une application linéaire entre deux espaces vectoriels avec bases choisies (défi. 1.4)
— compatibilité à la composition (prop. 1.7 et 1.9)
— changements de bases (cor. 1.11)